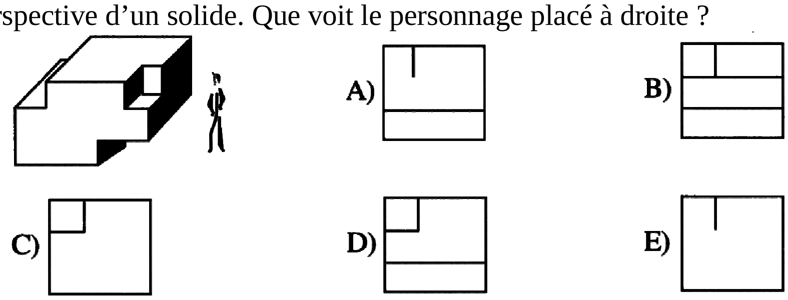
Exercices de GEOMETRIE DANS L'ESPACE proposés aux épreuves « Cadets » du Concours Kangourou

1991 n° 4 :

La longueur totale des arêtes d'un parallélépipède rectangle est 108 cm. La longueur du parallélépipède est 12 cm, la largeur 8 cm.
Quelle est sa hauteur ?
A) 7 cm B) 88 cm C) 34 cm D) 68 cm E) on ne peut pas savoir

1991 n° 11 :
Un prisme droit a une hauteur de 10 cm. Sa base est un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 4 cm et 5 cm.
Quel est, en cm^3, le volume de ce prisme ?
A) 100 B) 200/π C) 600 D) 200/3 E) 200

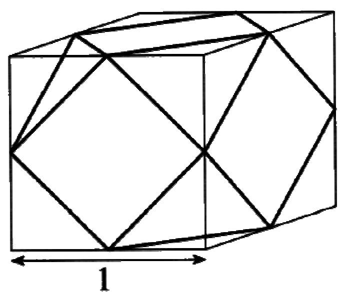
1991 n° 16 :
Voici une vue en perspective d'un solide. Que voit le personnage placé à droite ?



1991 n° 30 :
Une araignée tend des fils à l'intérieur d'un cube en verre. Chaque fil part et arrive, soit en un sommet, soit au milieu d'une arête, soit au centre d'une face. Le point de départ et le point d'arrivée ne sont jamais sur une même face du cube.
Combien de fils peut-on tendre de cette manière ?
A) 290 B) 145 C) 92 D) 68 E) 36

1992 n° 18 :
Un cheveu est long de 15 cm, pour un diamètre constant de 0,1 mm.
Quel son volume en m^3 ?
A) $\frac{15\,\text{ð}}{2}\times10^{-10}$ B) $\frac{15\,\text{ð}}{4}\times10^{-10}$ C) $\frac{15\,\text{ð}}{2}\times10^{-6}$ D) $\frac{15\,\text{ð}}{2}\times10^{-8}$ E) $\frac{15\,\text{ð}}{4}\times10^{-8}$

1992 n° 26 :
Le solide ci-contre est obtenu en coupant tous les coins d'un cube de côté 1 à partir du milieu de chaque arête.
Quelle est sa surface ?
A) $3+2\sqrt{3}$ B) $3+2\sqrt{3}$ C) $3+2\sqrt{3}$ D) $3+2\sqrt{3}$ E) $3+2\sqrt{3}$

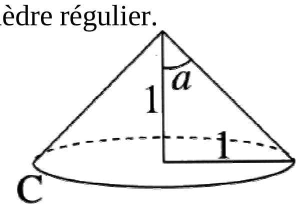


1992 n° 27 :
Dans un verre de forme cylindrique rempli de liquide jusqu'à 1 cm du bord, on verse des glaçons cubiques de 2 cm de côté. La surface de la base du verre est 14 cm^2, et les glaçons sont immergés pour les 6/7 de leur volume. Combien peut-on en mettre sans que le liquide ne déborde ?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) autre réponse

1993 n° 15 :
Le diamètre de la marmite de la mère Michu est deux fois plus grand que celui de la marmite de la mère Picha, mais sa profondeur est deux fois plus petite.
Quel est le rapport des volumes de ces marmites ?
A) 4 B) 8 C) 0,5 D) 1/4 E) 1

1993 n° 20 :
Les grains de sable de la plage de Syracuse sont fins, puisqu'il en faut 10 pour faire un volume d'1 mm^3. Il y a du sable sur une épaisseur de 1 m, la plage fait 50 m de large sur 2 km de long.
Quel est l'ordre de grandeur du nombre des grains de sable ?
A) 10^{10} B) 10^{13} C) 10^{15} D) 10^{17} E) 10^{21}

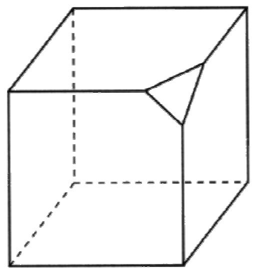
1993 n° 29 :
On a joint des sommets d'un cube à l'aide de segments de manière à obtenir un tétraèdre régulier.
Quelle partie du volume du cube constitue le volume de ce tétraèdre ?
A) 1/6 B) 1/5 C) 1/4 D) 1/3 E) 1/2

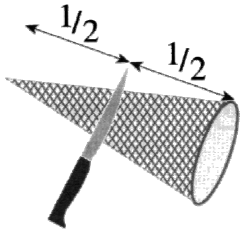
1994 n° 7 :


Un chapeau pointu a pour hauteur 1 ; le rayon du cercle C est 1.
L'angle *a* mesure …
A) 15° B) 30° C) 45° D) 60° E) une autre valeur

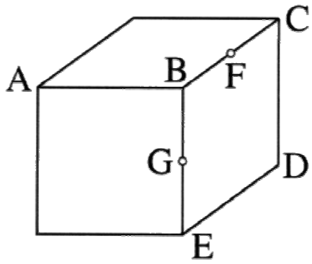
1994 n° 15 :
Un cube peint en rouge a été coupé en 125 petits cubes identiques.
Combien d'entre eux n'ont aucune face rouge ?
A) 25 B) 27 C) 39 D) 45 E) 86

1995 n° 30 :
Combien peut-on ranger de boules de 1 cm de rayon dans une boîte de 2 cm de hauteur, de base carrée de 30 cm × 30 cm ?
A) 225 B) 232 C) 450 D) 247 E) 249

1996 n° 21 :

En découpant un coin d'un cube en bois, on a obtenu le solide ci-contre.
Maintenant on découpe de la même façon les sept autres coins du cube.
On a alors un solide qui a quatorze faces (les faces triangulaires ne se touchent pas et ne se recoupent pas).
Quel est le nombre *s* de sommets et le nombre *a* d'arêtes du solide obtenu ?
A) $s = 24$; $a = 36$ B) $s = 36$; $a = 24$ C) $s = 10$; $a = 15$
D) $s = 24$; $a = 32$ E) $s = 36$; $a = 18$

1996 n° 24 :


Marine et Claire se partagent un cône glacé en le coupant à mi-hauteur.
Marine en a plus que Claire !
A) 1 fois et demie plus B) 2 fois plus C) 3 fois plus
D) 7 fois plus E) 8 fois plus

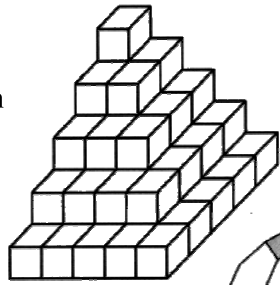
1997 n° 15 :


Les points F et G sont les milieux des arêtes [BC] et [BE] du cube dessiné.
Parmi les lignes brisées ci-dessous, qui joignent le sommet D au sommet A, quelle est la plus courte ?
A) D-B-A B) D-C-A C) D-F-A D) D-E-A E) D-G-B-A

1997 n° 18 :

Cette pyramide est formée de petits cubes identiques de côté 1.
Combien de petits cubes doit-on ajouter à la pyramide pour obtenir un grand cube de côté 5 ?

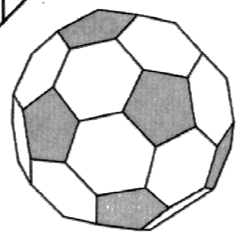
A) 24 B) 36 C) 50 D) 70 E) 90



1997 n° 19 :

Un polyèdre en forme de ballon de football possède 32 faces ;
20 sont des hexagones réguliers et 12 sont des pentagones réguliers.
Combien ce solide a-t-il de sommets ?

A) 72 B) 90 C) 60 D) 56 E) 54



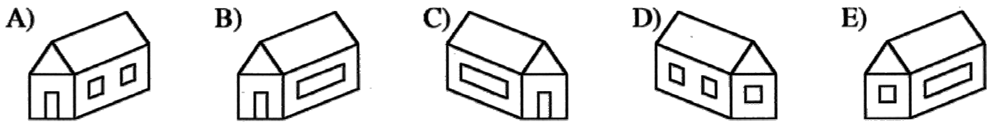
1997 n° 21 :

Une pyramide régulière à base carrée est coupée en deux par un plan.
On rassemble les deux moitiés en collant l'un contre l'autre les deux triangles isocèles grisés. Le nouveau solide obtenu possède :

A) 5 faces B) 6 faces C) 4 faces D) 7 faces E) 8 faces

1998 n° 8 :

Ma petite maison est représentée quatre fois et la petite maison de mon amie n'est représentée qu'une seule fois. Laquelle est celle de mon amie ?



1998 n° 18 :

On remplit une boîte de 40 cm de long, de 25 cm de large et de 15 cm de haut avec des cubes. On dispose de deux sortes de cubes : des petits (5 cm de côté) et des gros (10 cm de côté). On veut remplir la boîte sans laisser aucun vide, mais en utilisant le moins possible de cubes. Combien y aura-t-il de cubes dans la boîte ?

A) 56 B) 58 C) 60 D) 64 E) 120

1998 n° 26 :

Un savon a la forme d'une brique. Pierre, qui use uniformément son savon, remarque que ses dimensions ont diminuées d'un tiers de leur valeur au bout de 19 jours. Combien de jours faudra-t-il à Pierre pour terminer le morceau restant ?

A) 8 B) 19 C) 27 D) 38 E) un autre nombre

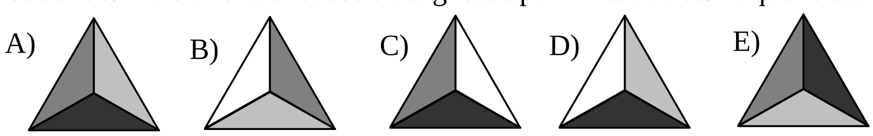
1999 n° 12 :

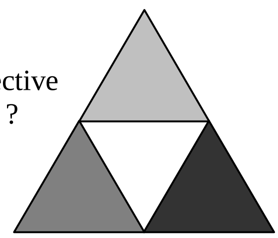
Un « Kanga-cube » est un cube dont trois faces sont rouges et trois faces sont vertes.
Combien peut-on construire de Kanga-cubes différents ?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

1999 n° 24 :

Voici le patron d'un tétraèdre (remarque : le dos du patron est blanc).
On a plié ce patron pour réaliser le tétraèdre et on a dessiné des vues en perspective de ce solide. Mais une vue fausse s'est glissée parmi les autres. Laquelle est-ce ?





COMMENTAIRES des exercices du concours KANGOUROU

1991 n° 4 - RÉPONSE : a)
Il y a 12 arêtes, 4 égales à la hauteur, 4 à la longueur, 4 à la largeur. La somme des trois dimensions du solide est donc 108/4, soit 27. La hauteur vaut donc 7.

1991 n° 11 - RÉPONSE : a)
$5 \times 4 \times 10/2 = 100$

1991 n° 16 - RÉPONSE : d)

1991 n° 30 - RÉPONSE : b)
Nous allons compter les trajets en distinguant point de départ et point d'arrivée, mais, à la fin, nous diviserons le nombre obtenu par 2, car cette distinction ne fait pas partie du problème.
Pour commencer, comptons le nombre de trajets qui partent d'un sommet fixé S. Tout sommet appartient à 3 faces où le point d'arrivée ne peut se situer. Ces 3 faces contiennent 7 sommets sur 8, 9 arêtes sur 12 et 3 faces sur 6. En partant de S, il y a donc 7 points d'arrivée possibles.
Comme il y a 8 sommets comme S, cela fait 56 chemins.
Comptons maintenant les trajets partant du milieu d'une arête. Une arête appartient à 2 faces qui contiennent 6 sommets sur 8, 7 arêtes sur 12 et 2 faces sur 6. Restent 11 points d'arrivée possibles, et comme il y a 12 milieux d'arêtes, cela fait 132 chemins.
Partons enfin du milieu d'une face. Cela élimine 4 sommets, 4 arêtes et 1 face. Il reste donc 17 points d'arrivée. Il y a 6 faces, donc 102 chemins.
Au total, 290 chemins, mais ils ont été comptés 2 fois, soit 145 chemins possibles.

1992 n° 18 - RÉPONSE : b) $15 \times 10^{-2} \times \eth \left(\frac{1}{2} \times 0{,}1 \times 10^{-3} \right)^2 = \eth \times \frac{15}{4} \times 10^{-10}$

1992 n° 26 - RÉPONSE : e) Chaque côté du solide mesure $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
Les 6 carrés ont donc une surface de $6 \times \frac{1}{2} = 3$, et les 8 triangles équilatéraux $8 \times \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 \times \frac{\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$

1992 n° 27 - RÉPONSE : b)
Chaque glaçon fait 8 cm^3 et fait monter le niveau de $(6/7) \times 8$ cm^3.
$2 \times 6 \times (8/7) = 96/7$ est plus petit que 14, mais $3 \times 6 \times (8/7)$ est plus grand.

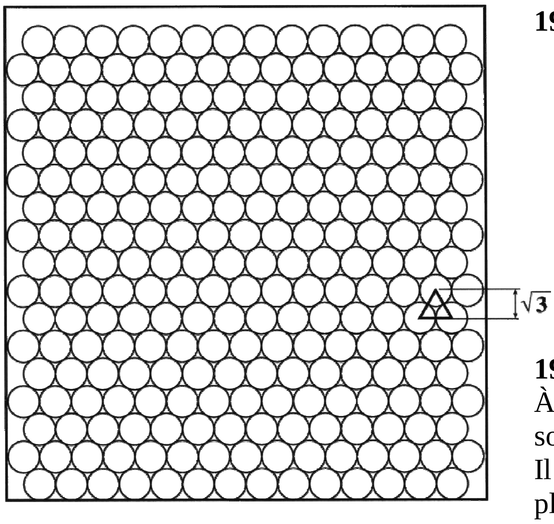
1993 n° 15 - RÉPONSE : c)
La marmite est un cylindre ; son volume est donné par : surface de base × hauteur.
La surface de base de la marmite de la mère Michu est 4 fois plus grande, puisque le diamètre est 2 fois plus grand ; et elle a une hauteur 2 fois plus petite. Donc le volume est 2 fois plus grand. Le rapport des volumes est alors 2 ou 1/2.

1993 n° 20 - RÉPONSE : c)
On calcule en millimètres cube le volume de la plage :
$10^3 \times (5 \times 10^4) \times (2 \times 10^6) = 10^{14}$ et comme il y a 10 grains par millimètre cube : 10^{15}.

1993 n° 29 - RÉPONSE : d)
Soit a l'arête du cube. Dans le cube, on peut placer le tétraèdre régulier et 4 pyramides identiques de volume : $1/3 \times a/2 \times a = (a^3)/6$. Le volume du tétraèdre vaut donc : $a^3 - 4 \times (a^3)/6 = a^3(1 - 2/3) = 1/3\, a^3$.

1994 n° 7 - RÉPONSE : c)
Le triangle est rectangle isocèle en O, centre du cercle. D'où $a = 45°$.

1994 n° 15 - RÉPONSE : b)
$125 = 5 \times 5 \times 5$. Si on enlève toutes les faces peintes, il reste un cube $3 \times 3 \times 3$.
27 cubes n'ont aucune face rouge.



1995 n° 30 - RÉPONSE : a)

En mettant les centres des boules sur un réseau de triangles équilatéraux contigus, on arrive à en mettre 9 rangées de 15 et 8 rangées de 14 (soit 247 = 9 × 15 + 8 × 14). Les centres étant aux sommets des triangles équilatéraux, les rangées sont espacées de $\sqrt{3}$. On vérifie que $16 \times \sqrt{3} + 2$ (c'est-à-dire l'espace séparant le bas de la première rangée du haut de la dernière) est inférieure à 30. En effet, cela fait 29,7 et il n'y a pas de place pour une autre boule.

1996 n° 21 - RÉPONSE : a)

À chacun des 8 sommets du cube, la découpe fait apparaître 3 sommets ; d'où s = 8×3 = 24.
Il y a aussi 3 arêtes autour de chacun des 8 sommets du cube, plus les 12 arêtes du cube conservées en partie ; cela fait 36 arêtes.

1996 n° 24 - RÉPONSE : d)

Le cône complet valant 8 fois le cône de hauteur moitié, leurs volumes respectifs sont 1 et 7.

1997 n° 15 - RÉPONSE : c)

Les parcours D-B-A, D-C-A et D-E-A, composés d'une arête et d'une diagonale, sont de même longueur ; cette longueur vaut $1+\sqrt{2}$ en prenant pour unité le côté du cube.
Le parcours D-G-B-A est plus long que le parcours D-B-A.
Le parcours D-F-A mesure 2 fois DF, soit $\sqrt{5}$ ($DF^2 = 1^2 + (1/2)^2 = 5/4$). Or $\sqrt{5} < 1+\sqrt{2}$, donc D-F-A est la ligne brisée la plus courte.

1997 n° 18 - RÉPONSE : d)

La pyramide comporte 1 + 4 + 9 + 16 + 25 = 55 petits cubes. Le cube complet comporterait 5 × 5 × 5 = 125 petits cubes. On doit donc ajouter 125 – 55 = 70 petits cubes.

1997 n° 19 - RÉPONSE : c)

20 hexagones à 6 sommets, cela fait 120 sommets. 12 pentagones à 5 sommets, cela fait 60 sommets.
Mais les sommets du polyèdre ainsi comptés le sont 3 fois. Le polyèdre a donc (120 + 60)/3 = 60 sommets.

1998 n° 8 - RÉPONSE : b)

A et B sont deux vues de face de deux maisons différentes puisque les fenêtres ne sont pas les mêmes. Il en résulte que la bonne réponse est A ou B. D est une vue de l'arrière de la maison représentée en A donc la bonne réponse est b). On vérifie, de plus, que c) et e) correspondent aussi à la maison a).

1998 n° 18 - RÉPONSE : d)

On commence par mettre deux rangées de cubes de 10 cm de côté.
Chaque rangée contenant 4 cubes (4 ×10 = 40), on peut en mettre 8.
Sur le côté, pour arriver à la même hauteur de 10 cm, il reste à remplir 5 x 40 cm.
Pour cela, il faut deux couches de 8 cubes de 5 cm de côté, soit 16 petits cubes.
Pour arriver à 15 cm de hauteur, on rajoute une couche de 5 rangées (25 cm) de 8 petits cubes (40 cm), soit 40 petits cubes. On a en tout : 8 + 16 + 40 = 64

1998 n° 26 - RÉPONSE : a)

Les dimensions ayant diminuées d'un tiers, chacune des dimensions est égale aux deux tiers des dimensions de départ. Donc, le volume du savon est égal à 2/3 × 2/3 × 2/3, c'est-à-dire à 8/27 du volume de départ.
Donc en 19 jours, il a consommé 19/27 du volume du savon.
Il lui faudra donc 8 jours pour consommer les 8/27 restants.

1999 n° 12 - RÉPONSE : a)

1999 n° 24 - RÉPONSE : a)